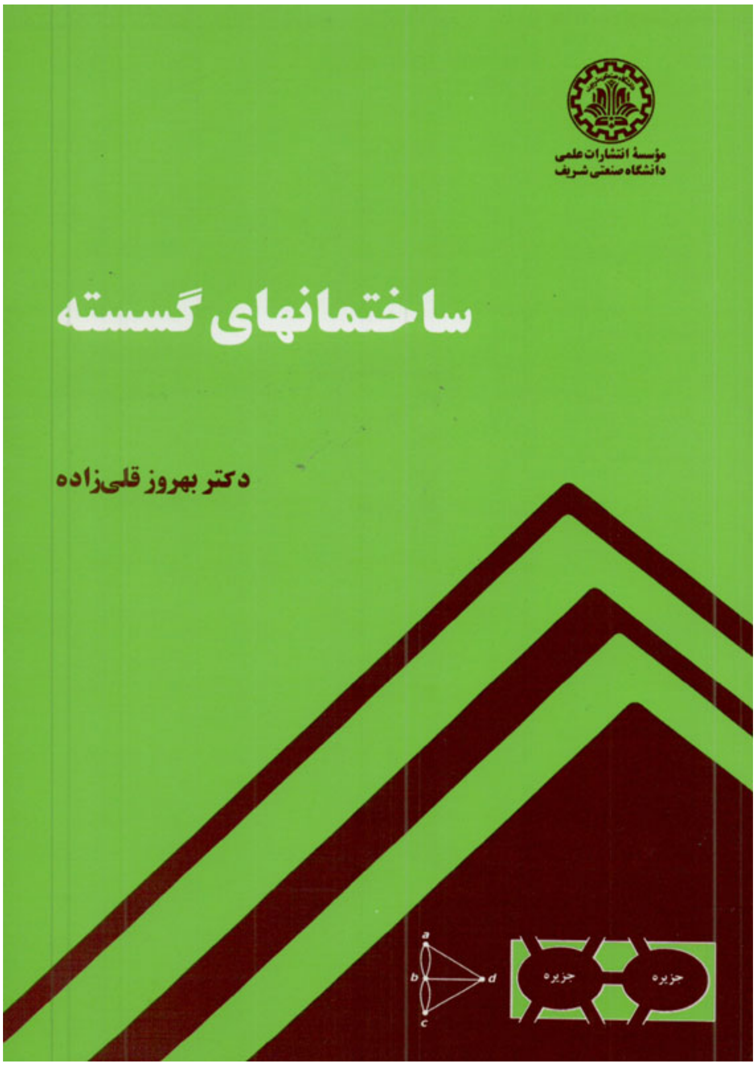

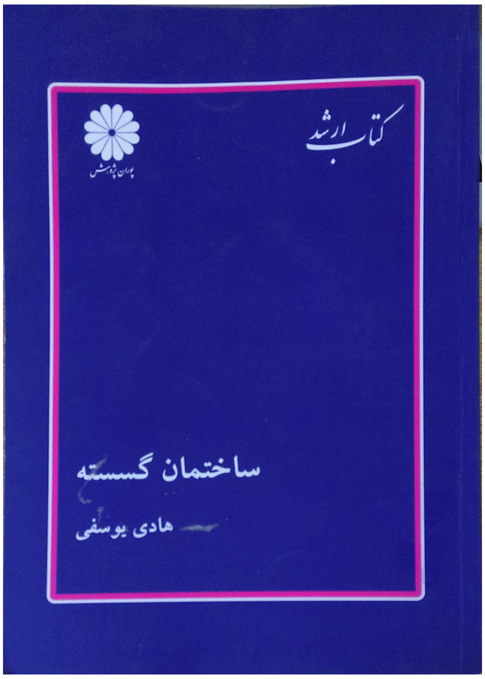

www.teach.toghraee.ir
www.toghraee.ir

Email:
Toghraee_university@yahoo.com

مقدمه

در سخت ترین لحظات زندگی به یاد آورید که دریای آرام، ناخدای قهرمان نمی سازد.

در جدول ذیل دروس به سرفصلهای مهم آن طبقه بندی شده و مشخص شده است که در هر سال از هر مبحث چند تست سوال شده است و دانشجوی محترم می تواند زمان باقیمانده تا کنکور را با توجه به اهمیت مباحث مدیریت نماید.

رشته: کامپیوتر		درس: ساختمان های گسسته						
ردیف	مبحث	۱۳۸۵ تعداد تست	۱۳۸۶ تعداد تست	۱۳۸۷ تعداد تست	۱۳۸۸ تعداد تست	۱۳۸۹ تعداد تست	مجموع ۵ سال	نسبت از کل
1	منطق ریاضی و جبر بول	2	1	1	2	0	6	22%
2	تئوری اعداد	0	0	1	1	1	3	11%
3	روابط بازگشتی و روشهای حل آنها	0	1	0	1	1	3	11%
4	توابع مولد	0	0	0	0	0	0	0%
5	مجموعه	1	0	0	0	1	2	7%
6	روابط و توابع	0	1	1	0	1	3	11%
7	ساختارهای جبری - ترتیب جزئی - لاتیس	1	1	0	0	0	2	7%
8	گراف و درخت	2	2	2	1	1	8	30%
9	زبانها و گرامرها	0	0	0	0	0	0	0%
جمع		6	6	5	5	5	27	100%

منطق ریاضی

چند تعریف

ـ ترکیب عطفی: ترکیب عطفی هر دو گزاره دلخواه q , p با $p \wedge q$ نشان داده می‌شود.

ـ ترکیب فصلی: این ترکیب را با $p \vee q$ نشان داده و خوانده می‌شود ″p یا q″ .

ـ استلزام: ″p مستلزم q است″ و این استلزام را با $p \to q$ نمایش می‌دهیم.

ـ ترکیب دو شرطی : این ترکیب را با $p \leftrightarrow q$ نمایش می‌دهیم و این گونه می‌خوانیم ″p اگر و فقط اگر q″.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \veebar q$	$p \to q$	$p \leftrightarrow q$
0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1

ـ گزاره مرکب را یک راستگو نامند هرگاه به ازای همه ارزش‌های راستی که به گزاره‌های مولفه‌ای آن نسبت داده می‌شود، راست باشد، اگر گزاره‌ای مرکب، به ازای همهٔ چنین نسبت دادنهایی، دروغ باشد آن را یک تناقض می‌نامند.

✓ **نکته:** $p \to q$ را به صورت $\neg p \vee q$ نیز می‌توان نمایش داد.

ـ دو گزاره s_1, s_2 به طور منطقی هنگامی هم ارزند که هرگاه s_1 راست (یا دروغ) باشد اگر فقط اگر s_2 راست (یا دروغ باشد) و به صورت $s_1 \leftrightarrow s_2$ نمایش می‌دهیم. (به بیان ساده‌تر باید هم ارزش باشند).

قانون‌های منطق

۱) $\neg\neg p \leftrightarrow p$

۲) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

۳) $p \vee q \leftrightarrow q \vee p$
$p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$

۴) $p \vee (q \vee r) \leftrightarrow (p \vee q) \vee r$
$p \wedge (q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$

۵) $p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
$p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

یادداشت:

....

....

....

....

۶) $p \vee p \leftrightarrow p$
$p \wedge p \leftrightarrow p$

۷) $p \vee F_{\bullet} \leftrightarrow p$
$p \wedge T_{\bullet} \leftrightarrow p$

۸) $p \vee \neg p \leftrightarrow T_{\bullet}$
$p \wedge \neg p \leftrightarrow F_{\bullet}$

۹) $p \vee T_{\bullet} \leftrightarrow T_{\bullet}$
$p \wedge F_{\bullet} \leftrightarrow F_{\bullet}$

۱۰) $p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$
$p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$

ـ **تعریف استلزام منطقی:** گزاره شرطی همواره درست $p \to q$ را استلزام منطقی نامیده و می‌خوانیم "p نتیجه می‌دهد q" و با نماد $p \Rightarrow q$ نمایش می‌دهیم در این صورت p را یک شرط کافی برای q می‌خوانیم و q را یک شرط لازم برای p می‌نامیم.

ـ **تعریف دوگان :** هرگاه $t(p_1, p_2, \ldots p_n)$ یک گزاره مرکب باشد که فقط شامل اپراتورهای $\wedge, \vee, \neg$ باشد، آنگاه دوگان گزاره t را با t^* نمایش داده و گزاره‌ای است که از تبدیل $\wedge$ به $\vee$ و $\vee$ به $\wedge$ و T به F و F به T به دست آمده باشد.

– **تابع ارزش:** می‌توان به هر گزاره یک ارزش نسبت داد، بنابراین برای هر گزاره درست، ارزش یک و به نادرست صفر را نسبت می‌دهیم در این صورت:

$$V(T)=1$$
$$V(F)=0$$
$$V(p \wedge q)=V(p).V(q)=\min\{V(p),V(q)\}$$
$$V(p \vee q)=V(p)+V(q)=\max\{V(p),V(q)\}$$
$$V(p \vee q)=V(\neg(\neg(p \vee q)))=1-V(\neg p \wedge \neg q)=1-V(\neg p).V(\neg q)=$$
$$1-(1-V(p))(1-V(q))$$
$$=1-(1-V(p))-V(q)+V(p)V(q)=V(p)+V(q)-V(p)V(q)$$
$$V(p \to q)=V(\neg p \vee q)=V(\neg p)+V(q)-V(\neg p)V(q)$$
$$=1-V(p)+V(q)-(1-V(p))V(q)$$
$$=1-V(p)+V(q)-V(q)+V(p)V(q)$$
$$=1-V(p)+V(p)V(q)$$

یادداشت:

....
....
....
....

$$V(p\oplus q)=V(\neg(p\leftrightarrow q))=1-V((p\to q)\wedge(q\to p))$$
$$=1-V(p\to q)V(q\to p)=1-V(\neg p\vee q)$$

ـ استنتاج منطقی

استنتاج منطقی بررسی درستی یک گزاره شرطی است با استفاده از مجموعه‌ای از مفروضات که براساس یک سری قوانین مشخص صورت می‌گیرد، البته هر یک از قوانین خود یک استلزام منطقی هستند.

✓ **نکته:** منظور از

$$\begin{array}{l} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ \underline{p_n} \\ \therefore q \end{array} \Rightarrow p_1\wedge p_2\wedge p_3\ldots\wedge p_n \mapsto q$$

اگر این گزاره شرطی همواره درست باشد گوییم استنتاج مذکور معتبر است.

مثال: **نقیض p درست است، پس خود p نادرست است .**

$p\vee q$ درست است پس q درست است.

$$\begin{array}{l} p\vee q \\ \underline{\neg p} \\ \therefore q \end{array}$$

تعریف سور : کمیتی است که برای نسبت دادن مقادیر یک مجموعه به یک گزاره نما به کار می‌رود، منظور از گزاره نما جملهٔ خبری است که ارزش آن وابسته به یک یا چند متغیر است به طور کلی سورها به شکل زیر دسته بندی می‌شوند.

۱)سور عمومی '$\forall$' که می‌خوانیم «به ازای کلیه مقادیر، برای هر»

۲) سور وجودی $\exists$ که می‌خوانیم «حداقل به ازای یک مقدار، وجود دارد»

۳) سور یکتا $\exists!$ که می‌خوانیم «فقط یک عضو وجود دارد»

۴) سور صفر $\nexists$ که می‌خوانیم «برای هیچ مقدار وجود ندارد»

✓ **نکته:** گزاره $\forall x\left[p(x)\to(r(x)\vee q(x))\right]$ را در نظر بگیرید در این صورت

عکس نقیض آن معادل با $\forall x\left[\neg(r(x)\vee q(x))\to\neg p(x)\right]$

عکس آن معادل با $\forall x\left[(r(x)\vee q(x))\to p(x)\right]$

و وارون آن معادل با $\forall x\left[\neg p(x)\to\neg(r(x)\vee q(x))\right]$

یادداشت:

....

....

....

....

✓ **چند نکته:** به ازای یک عالم مشخص و هر دو گزاره باز دلخواه $q(x)$, $p(x)$ بر حسب متغیر x :

$$\exists x[p(x)\wedge q(x)] \Rightarrow [\exists xp(x)\wedge \exists xq(x)]$$
$$\exists x[p(x)\vee q(x)] \Leftrightarrow [\exists xp(x)\vee \exists x\, q(x)]$$
$$\forall x[p(x)\wedge q(x)] \Leftrightarrow [\forall xp(x)\wedge \forall x\, q(x)]$$
$$[\forall xp(x)\vee \forall xq(x)] \Rightarrow \forall x[p(x)\vee q(x)]$$

✓ **نکته**: قاعده‌هایی برابر به دست آوردن نقیض گزاره‌های حاوی یک سور

$$\neg[\forall xp(x)] \Leftrightarrow \exists x\neg p(x)$$
$$\neg[\exists xp(x)] \Leftrightarrow \forall x\neg p(x)$$
$$\neg[\forall x\neg p(x)] \Leftrightarrow \exists x\neg\neg p(x) \Leftrightarrow \exists xp(x)$$
$$\neg[\exists x\neg p(x)] \Leftrightarrow \forall x\neg\neg p(x) \Leftrightarrow \forall xp(x)$$

❖ توجه کنید که :

$$\exists xp(x)\wedge \exists x\, q(x) \not\Rightarrow \exists x[p(x)\wedge q(x)]$$
$$\forall x[p(x)\vee q(x)] \not\Rightarrow \forall xp(x)\vee \forall xq(x)$$
$$\forall x\exists y\, p(x,y) \not\Leftarrow \exists y\forall x\, p(x,y)$$

تست: می‌خواهیم نشان دهیم استدلال زیر در منطق گزاره‌ها معتبر نیست.

$$\{(p\wedge q)\vee r\ ,\ q\to(r\vee s)\ ,\ \sim p\to q\}\vdash p\vee s$$

کدام ارزش دهی به گزاره‌های پایه (p,q,r,s) این نامعتبر بودن را نشان می‌دهد؟

(T همان ارزش True و F همان False است)

۱) (F,T,T,T) ۲) (T,T,F,T) ۳) (F,T,T,F) ۴) (F,T,F,F)

حل: گزینه ۳ صحیح است.

با نسبت دادن مقادیر (F,T,T,F) به (p,q,r,s) خواهیم داشت:

$$(p\wedge q)\vee r\equiv(F\wedge T)\vee T\equiv T$$
$$q\to(r\vee s)\equiv T\to(T\vee F)\equiv T\to T\equiv T$$
$$\sim p\to q\equiv\sim F\to T\equiv T\to T\equiv T$$

$$p\vee s\equiv F\vee F\equiv F$$

یادداشت:

....

....

....

....

مبانی شمارش

ـ اصل جمع

فرض کنید A و B دو پیشامد مجزا باشند (هم زمان رخ ندهند) اگر A به m طریق و B به n طریق رخ دهد در این صورت A یا B به m+n طریق رخ خواهد داد.

ـ اصل ضرب

فرض کنید پیشامد C به دو مرحله A و B قابل تجزیه باشد. اگر A به m طریق و B صرف نظر از رخدادهای A به n طریق رخ دهد در این صورت پیشامد C به mn طریق رخ خواهد داد، به پیشامدهای A و B اصطلاحاً پیشامدهای مستقل گویند.

ـ جایگشت

در صورتی که A مجموعه n عضوی $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ باشد و $0 \le r \le n$ تعداد r جایگشت‌های A را به صورت $P(n,r)$ نمایش می‌دهند.

ـ تعداد r جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$

ـ تعداد r جایگشت های مکرر n شی متمایز برابر بر n^r است.

ـ مبانی شمارش

تعداد طرق انتخاب K شی از بین n شی متمایز برابر با $\binom{n+K-1}{n}$ می‌باشد.

اگر n شی چنان باشند که K_1 شی از آن‌ها با هم و K_2 شی دیگر با هم ... و بالاخره K_m شی دیگر نیز با هم مشابه باشند $K_1+K_2+...+K_m=n$ آنگاه تعداد جایگشت‌های آن n شی برابر با $\frac{n!}{K_1!\,K_2!\,...K_m!}$ خواهد شد.

تست: با ارقام 2,2,2,1,1 چند عدد پنج رقمی می‌توان ساخت؟

۱) 5 ۲) 10 ۳) 20 ۴) 24

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{5!}{3!\times 2!}=10$$

یادداشت:

....

....

....

....

- ✓ **نکته**: تعداد جایگشت های $n-1$ شی از n شی با تعداد جایگشت‌های n شی از n شی برابر است.
- ✓ **نکته**: تعداد جایگشت‌های n شی متمایز در اطراف یک دایره به طوری که جهت دور اهمیت داشته باشد برابر $(n-1)!$ و تعداد جایگشت‌ها وقتی که جهت دور اهمیت نداشته باشد $\frac{(n-1)!}{2}$ می‌باشد.

ترکیب: تعداد طرق انتخاب r شی از n شی متمایز به طوری که جابجایی در r شی منتخب حالت جدیدی ایجاد نکند را ترکیب r از n نامیده و آن را به یکی از صورت‌های $C(n,r),\binom{n}{r}$ و یا C_n^r نمایش می‌دهند.

$$C(n,r)=\frac{P(n,r)}{r!}$$

$$\binom{r}{n}=\frac{n!}{(n-1)!r!}$$

چند خاصیت مهم برای ترکیب :

۱) $\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$

۲) $\binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$

۳) $\binom{n}{2}=\binom{n}{n-2}=\frac{n(n-1)}{2}$

۴) $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$

۵) $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+...+\binom{n}{n}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}=2^n$

۶) $\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-\binom{n}{3}+...(-1)^n\binom{n}{n}=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}=0$

۷) $\binom{n-1}{k}+\binom{n-1}{k-1}=\binom{n}{k}$

۸) $\binom{n}{0}+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+...=\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+... \quad n\geq 0$

یادداشت:

....

....

....

....

۹) $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{n-k} x^k y^{n-k}$

۱۰) $\binom{2n}{n} + \binom{2n}{n-1} = \frac{1}{2}\binom{2n+2}{n+1}$

✓ **نکته** : تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله سیاله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ برابر با $\binom{n-1}{k-1}$ است.

✓ **نکته** : تعداد جواب‌های صحیح و نامفی معادله سیاله برابر با $\binom{n+k-1}{n}$ یا $\binom{n+k-1}{k-1}$ است.

تست: تعداد جواب‌های طبیعی نامعادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 < 15$ کدام است؟

۱) $\binom{14}{7}$ ۲) $\binom{20}{5}$ ۳) $\binom{14}{6}$ ۴) $\binom{20}{6}$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 15$

$\binom{15-1}{7-1} = \binom{14}{6}$

تست: به ازای عدد صحیح و مثبت n تعداد چهارتایی‌های (a,b,c,d) از اعداد صحیح را بیابید به طوری که $0 \le a \le b \le c \le d \le n$ باشد.

۱) $\binom{n}{4}$ ۲) $4\binom{n}{4}$ ۳) $\binom{n+4}{4}$ ۴) $2\binom{n+1}{4}$

حل: گزینه ۳ صحیح است.

$x_1 = n - d \ge 0$

$x_2 = d - c \ge 0$

$x_3 = c - b \ge 0$

$x_4 = b - a \ge 0$

$x_5 = a \ge 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = n$

$\binom{n+5-1}{n} = \binom{n+4}{n} = \binom{n+4}{4}$

یادداشت:

....

....

....

....

تست: تعداد زیرمجموعه های 5 عضوی مجموعه $A=\{1,2,...,30\}$ که در آن‌ها هیچ دو عضوی با اختلاف کمتر از 3 وجود ندارد برابر با کدام است؟

۱) $\binom{27}{5}$ ۲) $\binom{22}{5}$ ۳) $\binom{27}{15}$ ۴) $\binom{22}{15}$

حل: گزینه ۲ صحیح است.

$$1\le x_1<x_2<x_3<x_4<x_5\le 30$$

$$X_1=x_1-1\ge 0$$

$$X_2=x_2-x_1\ge 3$$

$$X_3=x_3-x_2\ge 3$$

$$X_4=x_4-x_3\ge 3$$

$$X_5=x_5-x_4\ge 3$$

$$\underline{X_6=x_6-x_5\ge 0}$$

$$\underset{\ge 0}{x_1}+\underset{\ge 3}{x_2}+\underset{\ge 3}{x_3}+\underset{\ge 3}{x_4}+\underset{\ge 3}{x_5}+\underset{\ge 0}{x_6}=29$$

$$X_1+X_2+X_3+X_4+X_5+X_6=17$$

$$\binom{17+6-1}{6-1}=\binom{22}{5}$$

ـ قضیه دو جمله‌ای

اگر y , x دو متغیر و n عدد صحیح مثبتی باشد آنگاه

$$(x+y)^n=\binom{n}{0}x^0y^n+\binom{n}{1}xy^{n-1}+\binom{n}{2}x^2y^{n-2}+...+\binom{n}{n-1}x^{n-1}y+\binom{n}{n}x^ny^0$$

$$=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^ky^{n-k}$$

✓ **نکته:** به ازای هر عدد صحیح $n>0$

۱) $$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+...+\binom{n}{n}=2^n$$

۲) $$\binom{n}{0}-\binom{n}{1}+\binom{n}{2}-...+(-1)^n\binom{n}{n}=0$$

یادداشت:

....

....

....

....

✓ **نکته:** به ازای اعداد صحیح مثبت t,n ضریب $x_1^{n_1} x_2^{n_2} x_3^{n_3} \dots x_t^{n_t}$ در بسط $(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_t)^n$ برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_t!}$$

که در آن به ازای هر $1 < i < t$ ، n_i عددی صحیح است به طوری که $0 \le n_i \le n$ ، $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_t = n$.

مثال: ضریب $x^2y^2z^3$ در بسط $(x+y+z)^7$ برابر با چند است؟

حل:

$$\binom{7}{2,2,3} = \frac{7!}{2!2!3!}$$

مثال: تعداد جملات $(x+y+z)^{10}(w+x+y+z)^2$ برابر با چند است؟

$$(x+y+z)^{10}\left[(x+y+z)^2 + 2w(x+y+z) + w^2\right]$$

$$=(x+y+z)^{12} + 2w(x+y+z)^{11} + w^2(x+y+z)^{10}$$

$$=\binom{12+3-1}{3-1} + \binom{11+3-1}{3-1} + \binom{10+3-1}{3-1}$$

یادداشت:

....

....

....

....

تعریف عاد کردن

اگر $a,b\in\mathbb{Z}$ و $b\neq 0$ گوییم b عدد a را عاد می‌کند و آن را به صورت $a\,|\,b$ می‌نویسیم.

✓ **نکته:** به ازای هر $a,b,c\in\mathbb{Z}$

۱ـ $0\,|\,a\ \ ,\ \ 1\,|\,a$

۲ـ $\left[(a\,|\,b)\wedge(b\,|\,a)\right]\Rightarrow a=\pm b$

۳ـ $\left[(a\,|\,b)\wedge(b\,|\,c)\right]\Rightarrow a\,|\,c$

۴ـ به ازای هر $x\in\mathbb{Z}$ ، $a\,|\,b\Rightarrow a\,|\,bx$

۵ـ به ازای $x,y,z\in\mathbb{Z}\ \ ,\ \ x=y+z$ و اگر a دو عدد از سه عدد صحیح z,y,x را عاد کند آنگاه a عدد صحیح سوم را نیز عاد می‌کند.

۶ـ به ازای $x,y\in\mathbb{Z}$ $\left[(a\,|\,b)\wedge(a\,|\,c)\right]\Rightarrow a\,\big|\,(bx+cy)$

۷ـ به ازای هر $1\le i\le n$ فرض کنیم $c_i\in\mathbb{Z}$ اگر a هر c_i را عاد کند آنگاه به ازای هر $x_i\in\mathbb{Z}\ \ ,\ \ 1\le i\le n$ $a\,|\,(c_1x_1+c_2x_2+\ldots+c_nx_n)$

همنهشتی

تعریف: فرض کنید که m عددی طبیعی و a , b دو عدد صحیح باشند. a , b را به پیمانه m همنهشت گوییم هرگاه $m\,|\,a-b$ که به صورت $a\overset{m}{\equiv}b$ نمایش می‌دهیم.

✓ **نکته**: اگر m عددی طبیعی باشد، دو عدد صحیح به پیمانه m همنهشتند اگر و فقط اگر باقیمانده تقسیم آنها بر m یکسان باشد. در نتیجه باقیماندهٔ تقسیم عددی صحیح بر m برابر با کوچکترین عدد صحیح و نامنفی است که به پیمانه m با عدد مورد نظر همنهشت است.

✓ **نکته**: دستهٔ هم ارزی $[a]$ در رابطه همنهشتی به پیمانه m مجموعهٔ همه اعداد صحیحی است که باقیماندهٔ تقسیم آن‌ها بر m برابر با a است و $a\in[a]$.

یادداشت:

....

....

....

....

خواص همنهشتی

اگر d,c,b,a اعدادی صحیح و m عددی طبیعی و بزرگتر از 1 باشد، آنگاه :

۱) $mk \overset{m}{\equiv} 0 \quad (k \in \mathbb{Z})$

۲) $a \overset{m}{\equiv} a$

۳) $\left(a \overset{m}{\equiv} b\right) \Rightarrow \left(b \overset{m}{\equiv} a\right)$

۴) $\left(a \overset{m}{\equiv} b\ ,\ b \overset{m}{\equiv} c\right) \Rightarrow \left(a \overset{m}{\equiv} c\right)$

۵) $\left(a \overset{m}{\equiv} b\ ,\ c \overset{m}{\equiv} d\right) \Rightarrow \left(a \pm c \overset{m}{\equiv} b \pm d\right)$

۶) $\left(a \overset{m}{\equiv} b, c \overset{m}{\equiv} d\right) \Rightarrow \left(ac \overset{m}{\equiv} bd\right)$

۷) $\left(a \overset{m}{\equiv} b\right) \Rightarrow \left(a \pm c \overset{m}{\equiv} b \pm c\ ,\ ac \overset{m}{\equiv} bc\right)$

۸) $\left(a \overset{m}{\equiv} b\right) \Rightarrow \left(a^n \overset{m}{\equiv} b^n\right) \quad n \in \mathbb{Z}$

۹) $\left(a \overset{m}{\equiv} b\right) \Rightarrow a \pm mk \overset{m}{\equiv} b \quad k \in \mathbb{Z}$

۱۰) $\left(a \overset{m}{\equiv} b\ ,\ a \overset{n}{\equiv} b\right) \Rightarrow a \overset{[m,n]}{\equiv} b$

۱۱) $\left(a \overset{m}{\equiv} b\ ,\ m' | m\right) \Rightarrow a \overset{m'}{\equiv} b$

۱۲) $\left(ac \overset{m}{\equiv} bc\ ,\ m' = \dfrac{m}{(c,m)}\right) \Rightarrow a \overset{m'}{\equiv} b$

۱۳) $ac \overset{m}{\equiv} bc\ ,\ n = (m,c) \Rightarrow a \overset{\frac{m}{n}}{\equiv} b$

یادداشت:

....

....

....

....

- ✓ **نکته بسیار مهم**: تقسیم دو طرف همنهشتی بر عددی غیر صفر همواره مجاز نیست. یعنی اگر $ac \overset{m}{\equiv} bc$ ممکن است همنهشتی $a \overset{m}{\equiv} b$ درست باشد.

تست: کدام یک از اعداد زیر جواب معادل همنهشتی $4x \overset{15}{\equiv} 3$ می‌باشد؟

۱) 1380	۲) 1382
۳) 1389	۴) 1392

حل: گزینه ۴ صحیح است.

$$4x \overset{15}{\equiv} 3 \;\Rightarrow\; 4x \overset{15}{\equiv} 18 \;\Rightarrow\; 2x \overset{15}{\equiv} 9 \;\Rightarrow\; 2x \overset{15}{\equiv} 9+15=24 \;\Rightarrow\; x \overset{15}{\equiv} 12$$

در بین گزینه‌ها فقط عدد1392 در تقسیم بر 15 باقیمانده 12 می‌آورد.

- ✓ **نکته** : اگر مجموعه $A=\{a_0, a_1, ..., a_{m-1}\}$ به پیمانهٔ m یک دسته کامل مانده‌ها بوده و اعداد صحیح b , a چنان باشند که $(x,m)=1$ در این صورت $B=\{xa_0+b, xa_1+b..., xa_{m-1}+b\}$ نیز یک دسته کامل مانده‌ها به پیمانه m خواهد بود.
- ✓ **نکته:** اگر p عددی اول باشد و عدد صحیح a چنان باشد که $(a,p)=1$ آنگاه:

$$a^{p-1} \overset{p}{\equiv} 1$$

- ✓ **نکته:**: اگر p عددی اول باشد و a عدد صحیح دلخواه آنگاه:

$$a^{p} \overset{p}{\equiv} a$$

- ✓ **نکته:**: اگر m عدد طبیعی باشد و $\varphi(m)$ نمایش دهنده تعداد اعداد طبیعی کوچکتر از m باشد که نسبت به m اول هستند و a عدد صحیحی باشد که $(a,m)=1$ آنگاه :

$$a^{\varphi(m)} \overset{m}{\equiv} 1$$

تست: اگر پنجم اسفند سالی سه شنبه باشد اول تیر همان سال چه روزی بوده است؟

۱)یکشنبه	۲) دوشنبه	۳) سه شنبه	۴) چهارشنبه

حل: گزینه ۱ صحیح است.

اول تیر $3\times31+1$ یعنی 94 امین روز سال. پنجم اسفند $6\times31+5\times30+5$ یعنی 341 امین روز سال. اختلاف دو روز اشاره شده برابر $341-94$ یعنی 247 می‌باشد که در تقسیم بر 7 باقیمانده 2 دارد یعنی تاریخ آینده از تاریخ گذشته 2 روز جلوتر است (به تعبیر دیگر تاریخ گذشته از تاریخ آینده دو روز عقب‌تر است) و چون تاریخ آینده سه شنبه بوده است بنابراین تاریخ گذشته 2 روز عقب‌تر یعنی یکشنبه بوده است.

یادداشت:

....

....

....

....